Γραφικά & Οπτικοποίηση

Κεφάλαιο 6

Αναπαράσταση & Απλοποίηση Μοντέλων

Εισαγωγή

- Οι 3Δ εικόνες στα Γραφικά αποτελούνται από διάφορα σχήματα & δομές:
  - Γεωμετρικά σχήματα (π.χ. σφαίρες)
  - Μαθηματικές επιφάνειες (π.χ. τμήματα επιφάνειας NURBS)
  - Τυχαίες επιφάνειες, όχι μαθηματικά ορισμένες (π.χ. επιφάνεια ψηφιοποιημένου αντικειμένου)
  - Αντικείμενα όγκου, όπου η εσωτερική δομή του αντικειμένου είναι εξίσου σημαντική με την επιφάνεια του (π.χ. ανθρώπινο όργανο)
  - Ακανόνιστα αντικείμενα (π.χ. καπνός)
- *Μοντέλα:* Προσεγγιστικές αναπαραστάσεις αντικειμένων, κατασκευασμένα ώστε να διατηρούν πολλές από τις ιδιότητες του αντικειμένου
- Τα μοντέλα επιδέχονται την επεξεργασία που απαιτούν οι αλγόριθμοι γραφικών

Εισαγωγή (2)

- *Πολυγωνικά Μοντέλα:* Συνηθέστερη αναπαράσταση επιφανειών
- Η πληροφορία που περιέχεται στα μοντέλα αυξάνεται συνεχώς
- Βασικές εφαρμογές στα Γραφικά συχνά απαιτούν μοντέλα με λιγότερη πληροφορία
- *Απλοποίηση Μοντέλου:* Μειώνει την ποσότητα πληροφορίας που περιέχει ένα μοντέλο, χωρίς να θυσιάσει σημαντικά την ποιότητα της αναπαράστασης

Ανασκόπηση Μοντέλων

- 2 κύριες κατηγορίες μοντέλων:
  - *Αναπαράσταση Επιφάνειας* (ή *αναπαράσταση συνόρου* (*b-rep*))
    - Αναπαριστά μόνο την επιφάνεια αντικειμένου
  - *Αναπαράσταση Όγκου* (ή *υποδιαίρεση χώρου*)
    - Αναπαριστά όλο τον όγκο που καταλαμβάνει ένα αντικείμενο
- Η αναπαράσταση επιφάνειες χρησιμοποιείται συχνότερα διότι:
  - Πολλά αντικείμενα δεν είναι κλειστά → αναπαράσταση όγκου μη εφαρμόσιμη
  - Τα περισσότερα αντικείμενα είναι αδιαφανή → εξοικονόμηση επεξεργασίας με την αναπαράσταση μόνο της επιφάνειας τους, που καθορίζει την εμφάνιση τους
- Η αναπαράσταση όγκου χρησιμοποιείται:
  - Για ημιδιαφανή αντικείμενα
  - Για αντικείμενα με ενδιαφέρουσα εσωτερική δομή
  - Σαν βοηθητική δομή σε γενικούς αλγόριθμους γραφικών

Ανασκόπηση Μοντέλων (2)

- Κάποια μοντέλα δεν κατηγοριοποιούνται εύκολα σε μια από τις παραπάνω κατηγορίες:
  - *Μοντέλα κατασκευαστικής στερεάς γεωμετρίας (CSG):* αναπαριστούν ένα αντικείμενο συνδυάζοντας στοιχειώδη γεωμετρικά σχήματα
  - *Άμορφα αντικείμενα & φαινόμενα:* μοντελοποιούνται σαν νέφη σημείων ή σαν συνοθύλευμα στοιχειωδών επιφανειών ή όγκων
- Τα Μοντέλα Επιφάνειας κατηγοριοποιούνται:
  - Σε αυτά που έχουν κάποια μαθηματική περιγραφή όπως:
    - Στοιχειώδη Γεωμετρικά Σχήματα
    - Επιφάνειες NURBS
    - Επιφάνειες Υποδιαίρεσης
    - Γενικές Παραμετρικές Επιφάνειες
  - Και σε αυτά που δεν έχουν κάποια μαθηματική περιγραφή:
    - Αποτελούνται από ένα σύνολο σημείων & ένα σύνολο πολυγώνων που κατασκευάζονται από τα σημεία του συνόλου σαν κορυφές → *πολυγωνικά μοντέλα*

Ανασκόπηση Μοντέλων (3)

- Συγκρίνοντας τις δυο μορφές των μοντέλων επιφάνειας:
  - Τα μαθηματικά μοντέλα:
    - Είναι συνήθως ακριβείς αναπαραστάσεις αντικειμένων
    - Επιτρέπουν ακριβείς υπολογισμούς για το αντικείμενο (π.χ. κανονικό διάνυσμα)
    - Περιορίζονται σε ορισμένα είδη αντικειμένων
    - Δεν μπορούν να περιγράψουν τυχαία σχήματα
  - Τα πολυγωνικά μοντέλα:
    - Είναι προσεγγίσεις των αρχικών αντικειμένων
    - Αν χρησιμοποιούνται αρκετές κορυφές, είναι αρκετά ακριβείς προσεγγίσεις
    - Είναι πιο γενικά
    - Ακόμα και η μαθηματικές αναπαραστάσεις συνήθως κατασκευάζονται σε μια ‘διακριτή’ μορφή πολυγωνικών μοντέλων

Ανασκόπηση Μοντέλων (4)

- Τα πολύγωνα μπορεί να αποτελούνται από οποιοδήποτε πλήθος κορυφών. Στην πράξη:
  - Τετράπλευρα
  - Τρίγωνα
- Πολυγωνικά Μοντέλα Τετραπλεύρων:
  - Παράγονται κατά τον σχεδιασμό παραμετρικών επιφανειών
  - Δυστυχώς, ένα τετράπλευρο στις 3Δ δεν είναι απαραίτητα επίπεδο:
    - Περιορίζεται το σχήμα και η ευελιξία του μοντέλου
    - Δυσκολότεροι υπολογισμοί
- Πολυγωνικά Μοντέλα Τριγώνων:
  - Ένα τρίγωνο είναι πάντα επίπεδο
  - Κάθε πολύγωνο τριγωνοποιείται εύκολα → τριγωνικό μοντέλο παράγεται από οποιοδήποτε πολυγωνικό μοντέλο → τριγωνικά μοντέλα (ή *τριγωνικά πλέγματα*) χρησιμοποιούνται σχεδόν πάντα σε εφαρμογές που περιλαμβάνουν πολυγωνικά μοντέλα

Ανασκόπηση Μοντέλων (5)

- Τα πολυγωνικά μοντέλα γενικεύονται σε πολυεδρικά μοντέλα για την αναπαράσταση όγκου
- Βασικό πολυεδρικό σχήμα είναι το *τετράεδρο* → τα τετραεδρικά πλέγματα είναι η πιο γενική & ευέλικτη αναπαράσταση όγκου
- Τα μοντέλα που αποτελούνται από παραλληλεπίπεδα είναι πολύ διαδεδομένα, κυρίως σαν παράγωγα διαδικασιών υποδιαίρεσης του χώρου που χρησιμοποιούν ορθογώνια πλέγματα
- Δομικό στοιχείο των παραλληλεπιπέδων καλείται *ογκοστοιχείο*
- Χρησιμοποιούνται ακόμα Ιεραρχικές αναπαραστάσεις όγκου (οκταδικά δέντρα, δέντρα δυαδικής διαμέρισης χώρου)
- Θα επικεντρωθούμε στα πολυγωνικά μοντέλα

Ιδιότητες Πολυγωνικών Μοντέλων

- Μοντέλο επιφάνειας *πολλαπλότητας* 2Δ (ή απλά πολλαπλότητα): Κάθε σημείο της επιφάνειας έχει γειτνίαση ομοιομορφική με έναν ανοικτό δίσκο (εσωτερικό κύκλου)
  - Αν και η επιφάνεια υπάρχει στον 3Δ χώρο, όταν εξεταστεί σε μια μικρή περιοχή γύρω από ένα σημείο είναι τοπολογικά επίπεδη
- Σε μια επιφάνεια-πολλαπλότητα:
  - Κάθε ακμή μοιράζεται μεταξύ ακριβώς 2 εδρών
  - Γύρω από κάθε κορυφή υπάρχει ένας κλειστός βρόγχος εδρών
- Επιφάνεια *πολλαπλότητα με σύνορο*: Κάθε σημείο της επιφάνειας έχει γειτνίαση ομοιομορφική με έναν μισό δίσκο
- Σε μια επιφάνεια πολλαπλότητα με σύνορο:
  - Κάποιες ακμές (συνοριακές) ανήκουν ακριβώς σε μια έδρα
  - Γύρω από κάποιες κορυφές (συνοριακές) ο βρόγχος εδρών είναι ανοικτός
- Συνήθως, μια 3Δ επιφάνεια που δεν είναι πολλαπλότητα με σύνορο είναι μια *κλειστή* επιφάνεια

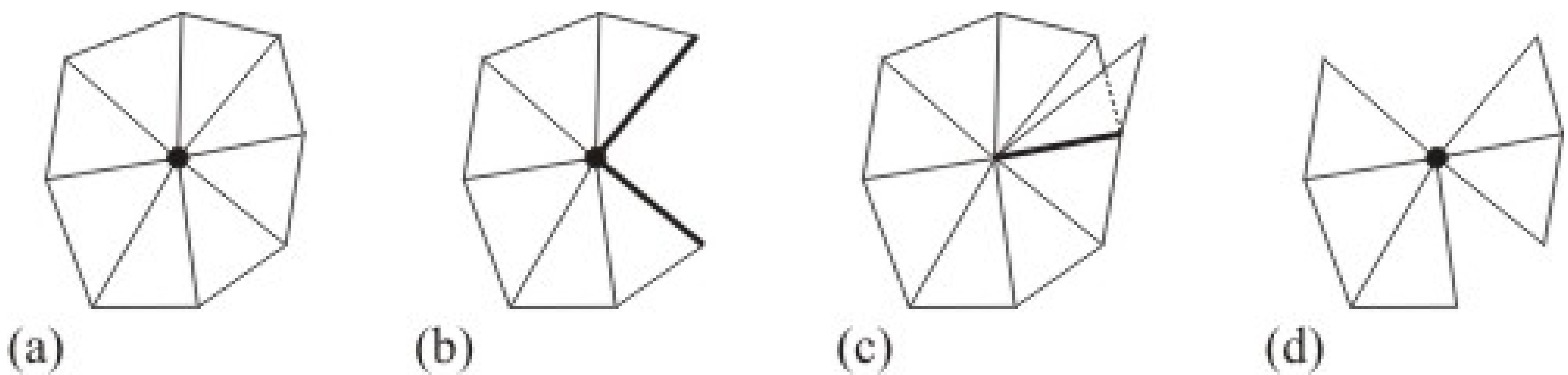
Ιδιότητες Πολυγωνικών Μοντέλων (2)

(a) Τμήμα επιφάνειας πολλαπλότητας

(b) Συνοριακή κορυφή επιφάνειας πολλαπλότητας με σύνορο

(c) Ακμή που δεν ανήκει σε επιφάνεια πολλαπλότητας

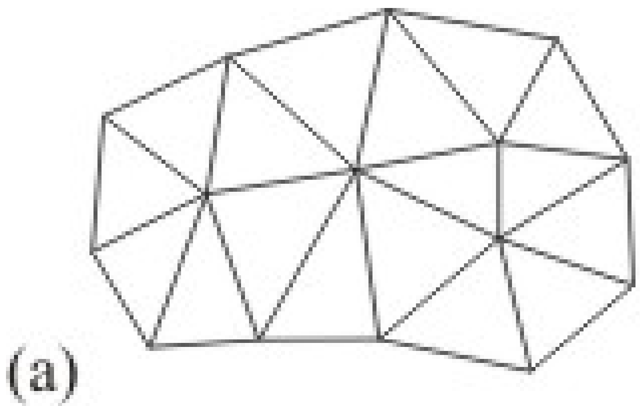
(d) Μη συνοριακή κορυφή που δεν ανήκει σε επιφάνεια πολλαπλότητας

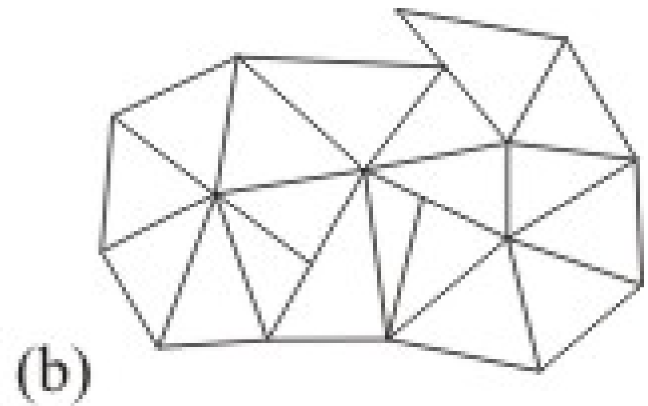


Ιδιότητες Πολυγωνικών Μοντέλων (3)

- Ένα μοντέλο επιφάνειας είναι ένα *απλοειδές σύμπλοκο* αν τα πολύγωνα που το αποτελούν εφάπτονται μόνο κατά μήκος των ακμών τους, και οι ακμές του μοντέλου τέμνονται μόνο στα άκρα τους

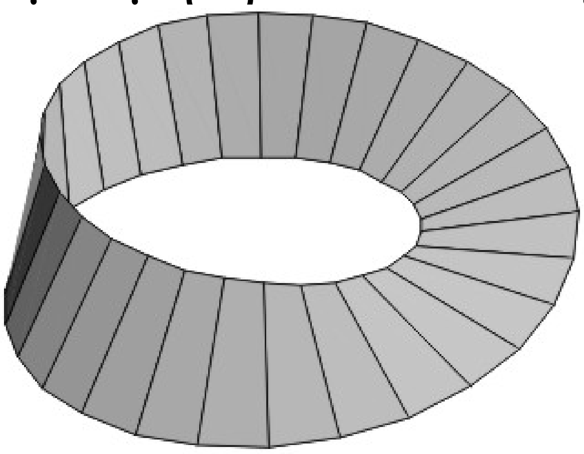
- (a) Απλοειδές σύμπλοκο (τριγωνικό πλέγμα) (b) Μη απλοειδές σύμπλοκο (τριγωνικό πλέγμα)





Ιδιότητες Πολυγωνικών Μοντέλων (4)

- *Προσανατολισμένη επιφάνεια*: Επιφάνεια που έχει 2 "όψεις"
  - Όπως μια κόλλα χαρτιού
- Οι περισσότερες επιφάνειες είναι προσανατολισμένες
- Στις κλειστές προσανατολισμένες επιφάνειες το 'εσωτερικό' & 'εξωτερικό' τμήμα της επιφάνειας είναι σαφώς διακριτά
- Κατά σύμβαση, το κανονικό διάνυσμα μιας κλειστής προσανατολισμένης επιφάνειας δείχνει προς την 'έξω' μεριά
- Η ταινία Moebius είναι μια μη προσανατολισμένη επιφάνεια



Ιδιότητες Πολυγωνικών Μοντέλων (5)

- Τα κλειστά μοντέλα πολλαπλότητας που είναι ομοιομορφικά ως προς τη σφαίρα, ικανοποιούν τον τύπο του Euler:

$$V - E + F = 2$$

όπου:

$$\left.\begin{array}{l} V\text{: \# κορυφών} \\ E\text{: \# ακμών} \\ F\text{: \# εδρών} \end{array}\right\} \quad \text{του μοντέλου}$$

Ιδιότητες Πολυγωνικών Μοντέλων (6)

- Για ένα κλειστό τριγωνικό μοντέλο ο παραπάνω τύπος υποδηλώνει:
  - Ότι το πλήθος των τριγώνων του μοντέλου είναι σχεδόν 2-πλάσιο του πλήθους των κορυφών
  - Ότι ο μέσος αριθμός τριγώνων γύρω από μια κορυφή είναι 6
- Ο τύπος του Euler γενικεύεται για μοντέλα που δεν είναι πολλαπλότητες:

$$V - E + F = 2 - 2G$$

  όπου G είναι το γένος (genus) του μοντέλου
- Το γένος ενός μοντέλου μπορεί να θεωρηθεί το πλήθος των διαμπερών οπών του μοντέλου:
  - Ο τόρος (torus) έχει γένος 1
  - Ο διπλός τόρος έχει γένος 2

Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα

- Πολλές δομές δεδομένων έχουν προταθεί για την αναπαράσταση πολυγωνικών μοντέλων. Διαφέρουν:
  - Στον τύπο των πολυγωνικών μοντέλων που μπορούν να αναπαραστήσουν
  - Στην ποσότητα & τύπο πληροφορίας που φυλάσσουν άμεσα για το μοντέλο
  - Στις λοιπές πληροφορίες που μπορούν να παράγουν έμμεσα για το μοντέλο
- Χρήσιμες πληροφορίες για τα Γραφικά:
  - *Τοπολογικές πληροφορίες*: αν το μοντέλο είναι πολλαπλότητα, είναι κλειστό, έχει όριο ή έχει τρύπες
  - *Πληροφορίες γειτνίασης*: γειτονικές έδρες δοθέντων ακμών και εδρών, γειτονικές ακμές και έδρες γύρω από δοθείσα κορυφή, σύνορο ενός ανοικτού μοντέλου
  - *Χαρακτηριστικά συνημμένα στο μοντέλο*: κανονικά διανύσματα, χρώματα, ιδιότητες υλικού, συντεταγμένες υφής

Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (2)

- Οι βασικότερες δομές δεδομένων που χρησιμοποιούνται:
  - *Άμεση λίστα ακμών*
  - *Άμεση λίστα εδρών*

  } περιέχουν για κάθε ακμή/έδρα του μοντέλου τις συντεταγμένες των αντίστοιχων κορυφών

Παράδειγμα:

- Για το τετράεδρο της εικόνας ισχύει:
  - Λίστα ακμών:

$e_0=((x_0,y_0,z_0),(x_1,y_1,z_1))$, $e_3=((x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2))$,

$e_1=((x_0,y_0,z_0),(x_2,y_2,z_2))$, $e_4=((x_1,y_1,z_1),(x_3,y_3,z_3))$,

$e_2=((x_0,y_0,z_0),(x_3,y_3,z_3))$, $e_5=((x_2,y_2,z_2),(x_3,y_3,z_3))$

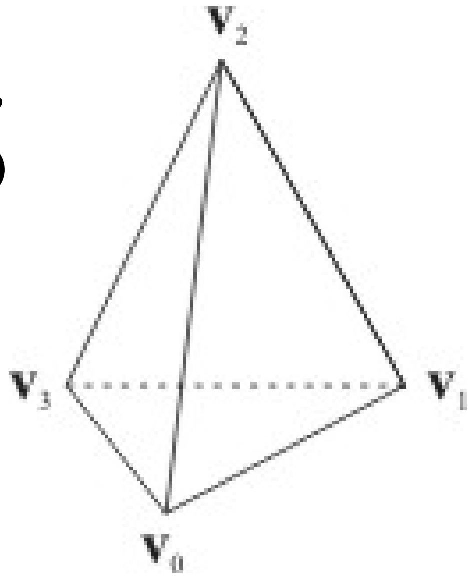
  - Λίστα εδρών:

$f_0=((x_3,y_3,z_3),(x_2,y_2,z_2),(x_1,y_1,z_1))$,

$f_1=((x_2,y_2,z_2),(x_3,y_3,z_3),(x_0,y_0,z_0))$,

$f_2=((x_1,y_1,z_1),(x_0,y_0,z_0),(x_3,y_3,z_3))$,

$f_3=((x_0,y_0,z_0),(x_1,y_1,z_1),(x_2,y_2,z_2))$



Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (3)

- Λίστα ακμών:
  - Δεν αναπαριστά επιφάνεια
  - Δεν καθορίζει τις έδρες του μοντέλου
  - Οι έδρες πρέπει να συμπεραθούν από τα δεδομένα των ακμών → οδηγεί σε πιθανές ασάφειες
- Λίστα εδρών:
  - Οι συντεταγμένες κάθε κορυφής επαναλαμβάνονται για κάθε ακμή ή έδρα που την περιέχει → σπατάλη χώρου
  - Δεν δίνει πληροφορίες για την γειτνίαση των εδρών και των ακμών
  - Οι κορυφές μπορούν να ανιχνευθούν με σύγκριση συντεταγμένων → μπορεί να προκύψουν προβλήματα αριθμητικής ακρίβειας → ο υπολογισμός της γειτνίασης μπορεί να παρουσιάζει προβλήματα

Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (4)

- Αρκετά από τα παραπάνω μειονεκτήματα επιλύονται από την δεικτοδοτημένη λίστα εδρών:
  - Περιέχει λίστα κορυφών & λίστα εδρών του μοντέλου
  - Οι κορυφές των εδρών δίνονται σαν αναφορές στη λίστα κορυφών
- <u>Παράδειγμα:</u> το προηγούμενο τετράεδρο αναπαρίσταται ως:

$$\mathbf{v}_0=(x_0,y_0,z_0),\quad f_0=(\mathbf{v}_3,\mathbf{v}_2,\mathbf{v}_1),$$
$$\mathbf{v}_1=(x_1,y_1,z_1),\quad f_1=(\mathbf{v}_2,\mathbf{v}_3,\mathbf{v}_0),$$
$$\mathbf{v}_2=(x_2,y_2,z_2),\quad f_2=(\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_0,\mathbf{v}_3),$$
$$\mathbf{v}_3=(x_3,y_3,z_3),\quad f_3=(\mathbf{v}_0,\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2)$$

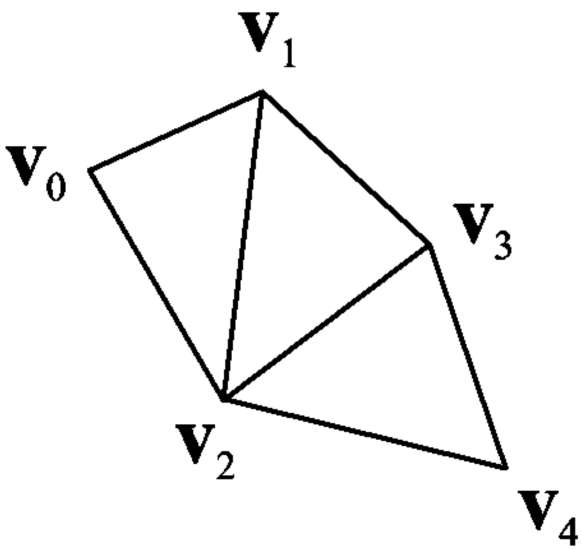
- Για την αναπαράσταση προσανατολισμένων μοντέλων με χρήση της δεικτοδοτημένης λίστας εδρών, συνηθίζεται να ταξινομούνται οι κορυφές των εδρών είτε με την φορά των δεικτών του ρολογιού είτε αντίστροφα → ευκολότεροι υπολογισμοί

Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (5)

- Δεικτοδοτημένη λίστα εδρών:
  - Μπορεί να αναπαραστήσει όλα τα είδη πολυγωνικών μοντέλων
  - Επιτρέπει άμεσες τροποποιήσεις στις θέσεις των κορυφών του μοντέλου
  - Οι ακμές των πολυγώνων μπορούν να διαπιστωθούν έμμεσα αλλά επαναλαμβάνονται για κάθε πολύγωνο που τις χρησιμοποιεί
  - Απαιτείται κάποια διαδικασία για παραγωγή λίστας μοναδικών ακμών
  - Δεν παρέχει πληροφορίες γειτνίασης αν και τα δεδομένα της δομής επαρκούν για τον υπολογισμό της γειτνίασης

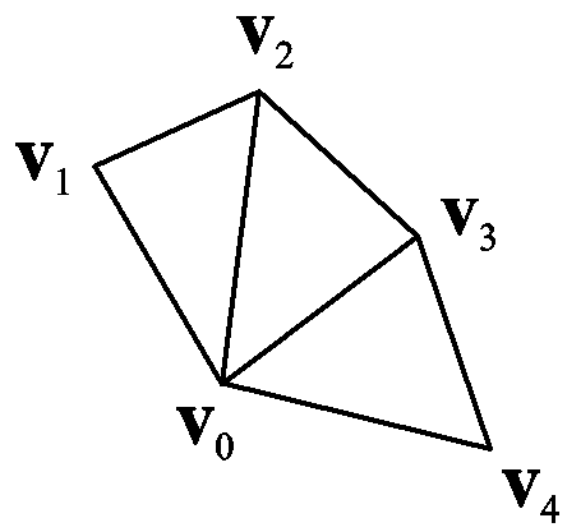
Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (6)

- Ειδικά για τριγωνικά μοντέλα, τα γειτονικά τρίγωνα μπορούμε να τα χειριστούμε πιο αποδοτικά σαν *ταινία τριγώνων* ή *βεντάλια τριγώνων*, προκειμένου να μειωθούν οι επαναλήψεις δεδομένων



Ταινία τριγώνων

($\mathbf{v}_0$, $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$, $\mathbf{v}_4$)



Βεντάλια τριγώνων

($\mathbf{v}_0$, $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$, $\mathbf{v}_4$)

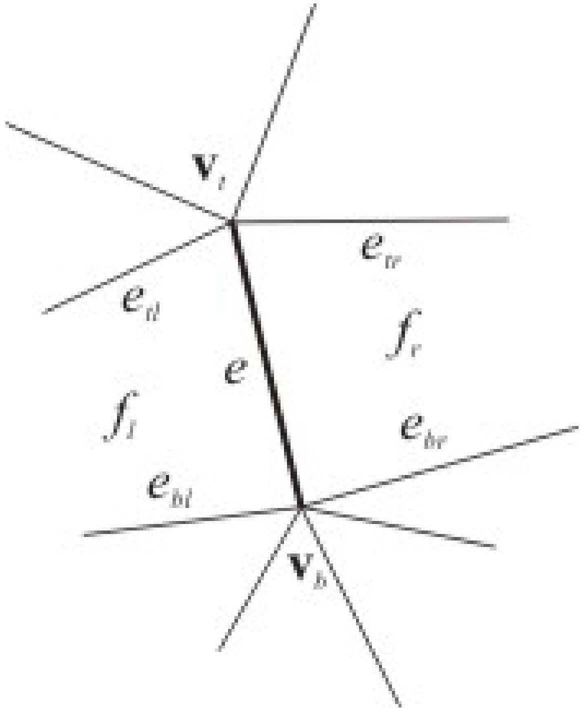
Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (7)

- Η δεικτοδοτημένη λίστα εδρών μπορεί να συνδυαστεί με άλλα δεικτοδοτημένα (ως προς κορυφές ή έδρες) δεδομένα που αφορούν άλλα γνωρίσματα του μοντέλου :
  - Πχ. χρώμα

- Κάποιες δομές δεδομένων μπορούν να αναπαραστήσουν απευθείας κάποια πληροφορία γειτνίασης & επιτρέπουν την εύκολη παραγωγή πληροφοριών που αφορούν την γειτνίαση
- Αυτές οι δομές δεδομένων είναι δεικτοδοτημένες, περιέχουν τουλάχιστον μια λίστα κορυφών και πραγματεύονται μοντέλα πολλαπλότητας

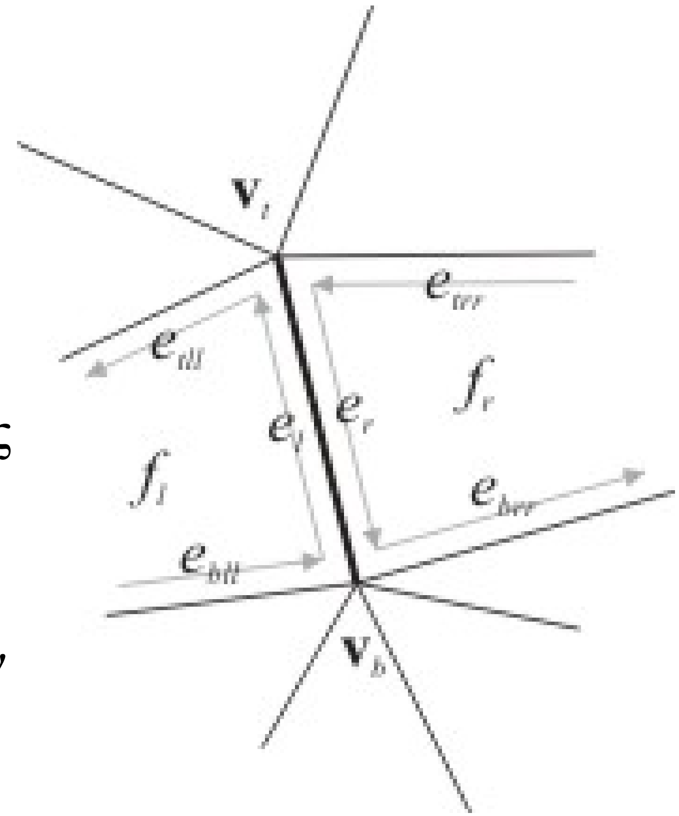
Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (8)

- Η δομή *winged-edge*, είναι μια τέτοια δομή:
  - Κεντρικός κόμβος πληροφορίας είναι η ακμή
  - Κάθε ακμή αποθηκεύει αναφορές:
    - Στις 2 κορυφές της
    - Στις 2 γειτονικές της έδρες
    - Στις 4 γειτονικές της ακμές



Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (9)

- Η δομή *ημι-ακμής* είναι παρόμοια με την δομή winged-edge, αλλά χρησιμοποιεί προσανατολισμένες ακμές:
  - Κάθε ακμή διαχωρίζεται σε 2 ημι-ακμές
  - Κάθε ημι-ακμή αποθηκεύει μια αναφορά:
    - Στην κορυφή που αρχίζει & την κορυφή που τελειώνει
    - Στη γειτονική έδρα της
    - Στις 2 γειτονικές της ημι-ακμές κατά μήκος της γειτονικής της έδρας
    - Στην αντίθετή της ημι-ακμή
  - Η δομή ημι-ακμής είναι πιο αποδοτική από την δομή winged-edge για αρκετές ερωτήσεις γειτνίασης



Δομές Δεδομένων για Πολυγωνικά Μοντέλα (10)

- Η δομή *Quad-edge* είναι παρόμοια με τις παραπάνω:
  - Είναι πιο πολύπλοκη
  - Χρησιμοποιείται για τον αποδοτικό υπολογισμό ερωτήσεων γειτνίασης
  - Μπορεί να αναπαραστήσει ταυτόχρονα ένα μοντέλο πολλαπλότητας & το *δυϊκό* του
    - Το δυϊκό μοντέλο κατασκευάζεται περιστρέφοντας τις ακμές κατά 90^o, και αντικαθιστώντας τις κορυφές με έδρες & αντίστροφα

      Π.χ. Το δυϊκό ενός τετραέδρου είναι ένα τετράεδρο

      Το δυϊκό ενός κύβου είναι ένα οκτάεδρο & αντίστροφα
  - Χρήσιμη στην *υπολογιστική γεωμετρία*, την αλγοριθμική δηλαδή μελέτη γεωμετρικών προβλημάτων

Απλοποίηση Πολυγωνικού Μοντέλου

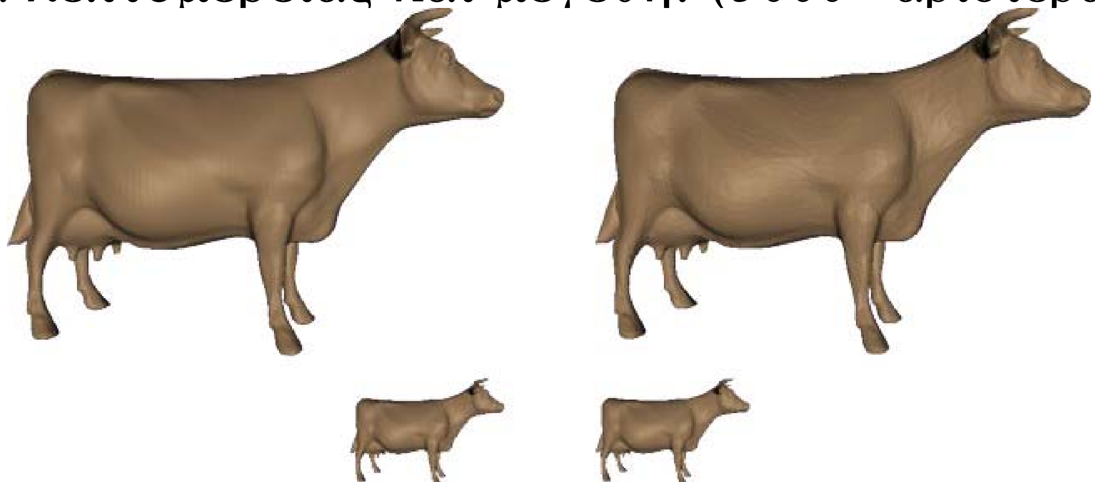
- Τα πολυγωνικά μοντέλα συχνά δημιουργούνται αυτόματα με:
  - Σχεδίαση των επιφανειών, που είναι ορισμένες με μαθηματικό τρόπο
  - 3Δ σάρωση αληθινών αντικειμένων
- Η αύξηση της δύναμης των υπολογιστών και τα πλεονεκτήματα της 3Δ σάρωσης οδηγούν σε μοντέλα με μεγάλο αριθμό κορυφών και εδρών
- Το έργο *Digital Michelangelo*, π.χ., χρησιμοποίησε σαρωτές προηγμένης τεχνολογίας για να σαρώσει και ανακατασκευάσει κάποια από τα γλυπτά του Μιχαήλ Άγγελου
  - Αποτέλεσμα: εκατομμύρια τρίγωνα (1/4 mm πλέγμα σάρωσης)
  - Μερικά gigabytes δεδομένα
  - Το μέγεθος της πληροφορίας είναι δύσκολο στην επεξεργασία
  - Αυτή η λεπτομέρεια είναι χρήσιμη μόνο σε συγκεκριμένες εφαρμογές

Απλοποίηση Πολυγωνικού Μοντέλου (2)

- Οι εφαρμογές των γραφικών μπορούν να ωφεληθούν από πολλαπλές *αναλύσεις* (*επίπεδα λεπτομέρειας* (LODs)) του μοντέλου που μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε διαφορετικές συνθήκες θέασης
  - Όταν η προβολή του μοντέλου είναι μικρή, μόνο ένα μικρό τμήμα λεπτομέρειας είναι ορατό
- Είναι επίσης ωφέλιμο να μεταβάλλεται η λεπτομέρεια σε διαφορετικές περιοχές του ίδιου μοντέλου
  - Συνεπίπεδα τρίγωνα συγχωνεύονται σε λιγότερα και μεγαλύτερα τρίγωνα
  - Περιοχές κοντά στον παρατηρητή χρειάζονται περισσότερη λεπτομέρεια από εκείνες που βρίσκονται μακριά
- Τα επίπεδα λεπτομέρειας και η επιλεκτική εκλέπτυνση είναι κατάλληλα για αλληλεπιδραστικές εφαρμογές

Απλοποίηση Πολυγωνικού Μοντέλου (3)

- Διαφορετικά επίπεδα λεπτομέρειας και μεγέθη: (5000 –αριστερά- vs. 1000 –δεξιά- τρίγωνα)



- Εχουν αναπτυχθεί αρκετές τεχνικές *απλοποίησης μοντέλων*
- Μειώνουν τον αριθμό των εδρών ενός πολυγωνικού μοντέλου, ενώ παράλληλα προσπαθούν να διατηρούν την εμφάνιση και δομή του αρχικού μοντέλου
- Οι σχετικές εφαρμογές, συνήθως έχουν το αρχικό μοντέλο σε διαφορετικά επίπεδα λεπτομέρειας και δυναμικά επιλέγουν την κατάλληλη

Απλοποίηση Πολυγωνικού Μοντέλου (4)

- Οι αλγόριθμοι απλοποίησης:
  - Αντιμετωπίζουν ευκολότερα κλειστά πλέγματα που είναι πολλαπλότητες
  - Χειρίζονται συχνά και το σύνορο των μη-κλειστών μοντέλων

Απλοποίηση Πολυγωνικού Μοντέλου (5)

- Οι μέθοδοι απλοποίησης χωρίζονται σε 2 μεγάλες ομάδες:
  - Αυτές που παράγουν *διακριτά* επίπεδα λεπτομέρειας του αρχικού μοντέλου
  - Αυτές που παράγουν *συνεχή* επίπεδα λεπτομέρειας του αρχικού μοντέλου
- Διακριτά επίπεδα λεπτομέρειας:
  - Ορίζεται ο επιθυμητός αριθμός εδρών
  - Δημιουργείται ένα νέο μοντέλο με τον επιθυμητό αριθμό εδρών
  - Αν ζητηθεί άλλο επίπεδο λεπτομέρειας, ο αλγόριθμος εκτελείται ξανά
- Συνεχή επίπεδα λεπτομέρειας:
  - Παράγεται μια συνεχής ακολουθία από όλο και περισσότερο απλοποιημένα μοντέλα, χρησιμοποιώντας τοπικές απλοποιήσεις του αρχικού μοντέλου
  - Μπορεί να παραχθεί οποιοδήποτε ενδιάμεσο επίπεδο λεπτομέρειας, με καταγραφή των βημάτων απλοποίησης

Απλοποίηση Πολυγωνικού Μοντέλου (6)

- Οι αλγόριθμοι συνεχούς απλοποίησης είναι πιο ενδιαφέροντες από τους διακριτούς
- Είναι προσαρμοστικοί και εύκολα *αντιστρέψιμοι* → επιτρέπουν την μετακίνηση «πάνω» και «κάτω» μεταξύ επιπέδων λεπτομέρειας
- Υποστηρίζουν την *επιλεκτική εκλέπτυνση*, δηλαδή την δυναμική προσαρμογή της λεπτομέρειας σε διάφορα μέρη του μοντέλου
- *Ομαλή* εκλέπτυνση του πλέγματος → ελαχιστοποίηση οπτικών ατελειών κατά την εναλλαγή επιπέδων λεπτομέρειας σε διαδραστικές εφαρμογές.

Απλοποίηση Πολυγωνικού Μοντέλου (7)

- *Πως εκτιμούμε την ποιότητα του απλοποιημένου μοντέλου σε σχέση με το αρχικό;*
- Οι περισσότεροι αλγόριθμοι οδηγούνται από συγκεκριμένα μέτρα για να ορίσουν, π.χ.:
  - Ποια είναι η κατάλληλη θέση για μια νέα κορυφή
  - Ποια ακμή πρέπει να αφαιρεθεί πρώτη για να μειωθεί η διαφορά μεταξύ αρχικού και απλοποιημένου μοντέλου
- Αυτά τα μέτρα δίνουν επίσης μια εκτίμηση της ποιότητας του τελικού μοντέλου → οι αλγόριθμοι απλοποίησης μπορούν να συγκριθούν

Απλοποίηση Πολυγωνικού Μοντέλου (8)

- Τα πιο διαδεδομένα μέτρα, εκτιμούν κάποια απόσταση του απλοποιημένου μοντέλου από το αρχικό:
  - *Απόσταση Hausdorff:* μετράει τη μέγιστη απόσταση μεταξύ 2 οποιωνδήποτε σημείων δύο επιφανειών *M* και *M’*

    $$d_\infty(M,M')=\max(\max_{\mathbf{v}\in M}\{d(\mathbf{v},M')\},\max_{\mathbf{v}'\in M'}\{d(\mathbf{v}',M)\}),$$

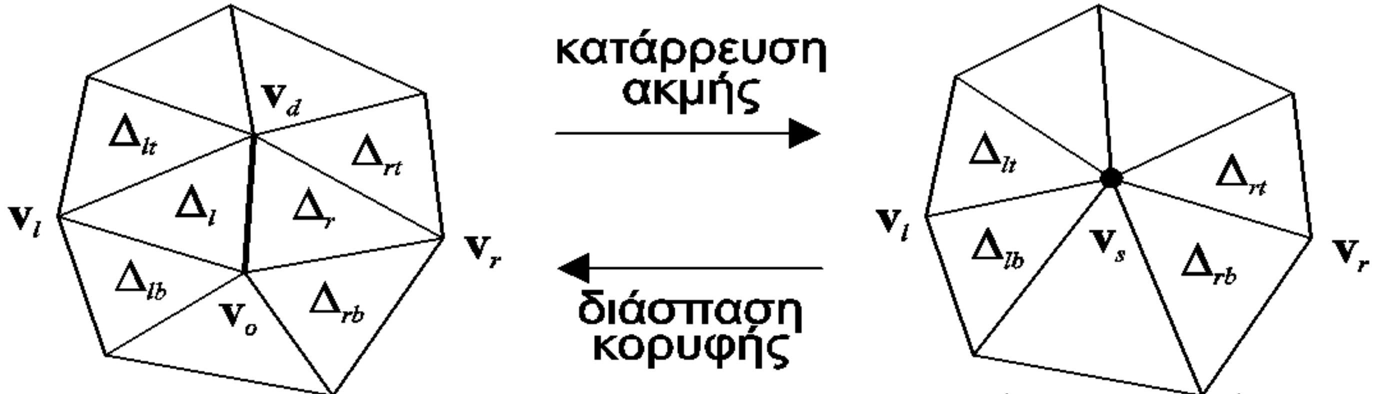
    όπου $d(\mathbf{v},M)=\min_{\mathbf{w}\in M}\{|\mathbf{v}-\mathbf{w}|\}$ είναι η απόσταση ενός σημείου **v** από μια επιφάνεια *M*, ορισμένη ως η απόσταση του **v** από το πιο κοντινό σημείο **w** της επιφάνειας
  - *Μέση τετραγωνική απόσταση* 2 επιφανειών:

    $$d_2(M,M')=\frac{1}{s}\int_{\mathbf{v}\in M} d(\mathbf{v},M')+\frac{1}{s'}\int_{\mathbf{v}'\in M'} d(\mathbf{v}',M),$$

    όπου *s* και *s’* είναι επιφάνειες των *M* και *M’* αντίστοιχα
  - Αυτές οι εξισώσεις πρέπει να είναι διακριτές για να μπορούν να υπολογιστούν πάνω σε πολυγωνικά μοντέλα → πετυχαίνεται με τη δειγματοληψία σημείων πάνω στις επιφάνειες

Απλοποίηση με Διαδοχικές Καταρρεύσεις Ακμών

- Κατάρρευση Ακμής (edge collapse):
  - Τοπική πράξη σε τριγωνικό πλέγμα
  - Αφαιρεί μια ακμή του μοντέλου και 2 γειτονικά της τρίγωνα με την κατάρρευση μιας ακμής σε μία κορυφή



- Χρησιμοποιώντας κατάρρευση ακμών, είναι εύκολος ο υπολογισμός της απόστασης μεταξύ του απλοποιημένου και του αρχικού μοντέλου → διαφέρουν στις έδρες γύρω από την ακμή που κατέρρευσε
- Υποθέτουμε μοντέλα που είναι πολλαπλότητες, αλλά υπάρχουν και παραλλαγές για μη πολλαπλότητες

Απλοποίηση με Διαδοχικές Καταρρεύσεις Ακμών (2)

- Αλγόριθμος κατάρρευσης ακμής:

1. Για κάθε ακμή του μοντέλου που μπορεί να καταρρεύσει, υπολόγισε μια προτεραιότητα κατάρρευσης και ταξινόμησε τις ακμές σε μια ουρά προτεραιότητας
2. Όσο υπάρχουν υποψήφιες ακμές στην ουρά και ο στόχος απλοποίησης (μέγιστο σφάλμα, πλήθος εδρών του μοντέλου) δεν έχει επιτευχθεί:
   a) Αφαίρεσε την πρώτη ακμή από την ουρά
   b) Κατέρρευσε την ακμή (το πλέγμα αλλάζει μόνο τοπικά γύρω από την ακμή)
   c) Επανυπολόγισε τις προτεραιότητες των ακμών που επηρέασε η κατάρρευση

- Παράγοντες που επηρεάζουν το αποτέλεσμα της μεθόδου:
  - Το μέτρο εκτίμησης μεταβολής του πλέγματος για κάθε κατάρρευση ακμής (εκχώρηση της προτεραιότητας)
  - Η θέση της νέα κορυφής κατά την κατάρρευση ακμής

Απλοποίηση με Διαδοχικές Καταρρεύσεις Ακμών (3)

- Σε μερικές υλοποιήσεις, η θέση της νέας κορυφής είναι σταθερή (π.χ. ένα από τα δύο άκρα ή μέσον)
- Σε άλλες υλοποιήσεις, οι παραπάνω 2 παράγοντες είναι συσχετισμένοι:
  - Η θέση της νέας κορυφής υπολογίζεται σαν αποτέλεσμα μιας μεθόδου βελτιστοποίησης, που ελαχιστοποιεί το σφάλμα απλοποίησης
  - Το ελάχιστο σφάλμα που επιτυγχάνεται χρησιμοποιείται και σαν προτεραιότητα της κατάρρευσης ακμής

Απλοποίηση με Διαδοχικές Καταρρεύσεις Ακμών (4)

- Απλοποίηση με τη μέθοδο *τετραγωνικού σφάλματος*:
  - Ελαχιστοποιεί την τετραγωνική απόσταση της νέας κορυφής από τις έδρες γύρω από την ακμή που κατέρρευσε
  - Έστω *Δ* μια τριγωνική έδρα του μοντέλου με εξίσωση επιπέδου:

$$ax + by + cz + d = 0$$

  - Τετραγωνική απόσταση σημείου $\mathbf{x} = [x, y, z]^{\mathrm{T}}$ από το επίπεδο *Δ* :

$$Q_\Delta(\mathbf{x}) = \frac{(ax+by+cz+d)^2}{a^2+b^2+c^2} = \frac{(\vec{\mathbf{n}}^T\mathbf{x}+d)^2}{|\vec{\mathbf{n}}|^2} = (\hat{\mathbf{n}}^T\mathbf{x}+\hat{d})^2 = \mathbf{x}^T(\hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T)\mathbf{x} + 2\hat{d}\hat{\mathbf{n}}^T\mathbf{x} + \hat{d}^2,$$

όπου $\hat{\mathbf{n}} = \dfrac{\vec{\mathbf{n}}}{|\vec{\mathbf{n}}|}$ είναι το μοναδιαίο κανονικό διάνυσμα του *Δ* και $\hat{d} = \dfrac{d}{|\vec{\mathbf{n}}|}$

  - Μπορεί να αναπαρασταθεί από την τετραγωνική μορφή:

$$Q_\Delta = (\mathbf{A}, \mathbf{b}, p) = (\hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T, \hat{d}\,\hat{\mathbf{n}}, \hat{d}^2),$$

οπότε:

$$Q_\Delta(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x} + 2\mathbf{b}^T\mathbf{x} + p$$

Απλοποίηση με Διαδοχικές Καταρρεύσεις Ακμών (5)

- Έτσι, το άθροισμα των τετραγωνικών αποστάσεων του **x** από 2 τρίγωνα *Δ1* και *Δ2* υπολογίζεται με άθροιση των τετραγωνικών μορφών: $Q_{\Delta_1} = (\mathbf{A}_1, \mathbf{b}_1, p_1)$ και $Q_{\Delta_2} = (\mathbf{A}_2, \mathbf{b}_2, p_2)$:

$$Q_{\Delta_1}(\mathbf{x}) + Q_{\Delta_2}(\mathbf{x}) = (Q_{\Delta_1} + Q_{\Delta_2})(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T(\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2)\mathbf{x} + 2(\mathbf{b}_1 + \mathbf{b}_2)^T\mathbf{x} + (p_1 + p_2)$$

- Το αποτέλεσμα είναι επίσης τετραγωνικής μορφής
- Γενικεύεται για οποιοδήποτε αριθμό τριγώνων
- Ο αλγόριθμος απλοποίησης αρχικά αποδίδει σε κάθε κορυφή **v** του πλέγματος, τη μορφή που εκφράζει το άθροισμα των τετραγωνικών αποστάσεων ενός σημείου από τις έδρες γύρω από την κορυφή:

$$Q_{\mathbf{v}} = \sum_{\Delta \text{ } arround \text{ } \mathbf{x}} w_\Delta Q_\Delta$$

όπου w_Δ είναι το βάρος της επιφάνειας της αντίστοιχης έδρας → καλύτερη κλιμάκωση

Απλοποίηση με Διαδοχικές Καταρρεύσεις Ακμών (6)

- Αφού η ακμή $e(\mathbf{v}_0, \mathbf{v}_d)$ καταρρεύσει, η συνολική τετραγωνική απόσταση της προκύπτουσας κορυφής $\mathbf{v}_s$ από όλες τις έδρες γύρω από τις $\mathbf{v}_0$ και $\mathbf{v}_d$ είναι:

  $$Q(\mathbf{v}_s) = Q_{\mathbf{v}_0}(\mathbf{v}_s) + Q_{\mathbf{v}_d}(\mathbf{v}_s) \quad \text{ή} \quad Q = Q_{\mathbf{v}_0} + Q_{\mathbf{v}_d}$$

  που είναι η γνωστή μορφή $Q = (\mathbf{A}, \mathbf{b}, p)$
- Η θέση που ελαχιστοποιεί το Q είναι η **βέλτιστη** για την $\mathbf{v}_s$
- Μετά από παραγώγιση, προκύπτει ότι το ελάχιστο του Q επιτυγχάνεται για $\mathbf{v}_s = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}$ και το ελάχιστο είναι:

  $$Q(\mathbf{v}_s) = -\mathbf{b}^T \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} + p = \mathbf{b}^T \mathbf{v}_s + p$$
- Αν ο $\mathbf{A}$ είναι ιδιάζων πίνακας→ η ελαχιστοποίηση περιορίζεται πάνω στην ακμή $e(\mathbf{v}_0,\mathbf{v}_d)$
  - Αν αποτύχει, η $\mathbf{v}_s$ επιλέγεται ανάμεσα στις $\mathbf{v}_0$ και $\mathbf{v}_d$, ανάλογα με το ποια κορυφή δίνει τη μικρότερη τιμή στο Q

Απλοποίηση με Διαδοχικές Καταρρεύσεις Ακμών (7)

- Η απλοποίηση με επαναληπτική κατάρρευση ακμών έχει όλες τις ιδιότητες των μεθόδων συνεχών επιπέδων λεπτομέρειας:
  - Είναι εύκολα αντιστρέψιμη με την πράξη *διάσπασης κορυφής* σε αντίστροφη σειρά σε σχέση με τις καταρρεύσεις ακμών → πρέπει να διατηρούνται οι αρχικές θέσεις κορυφών για κάθε κατάρρευση ακμής
    - *Προοδευτικό πλέγμα*: το απλοποιημένο πλέγμα μαζί με την ακολουθία διασπάσεων κορυφών που οδηγούν στο αρχικό
  - Με τη φύλαξη πληροφορίας για γειτονικές κορυφές και έδρες κάθε κατάρρευσης ακμής, είναι δυνατή η εφαρμογή επιλεκτικής εκλέπτυνσης και εκτράχυνσης του πλέγματος σε περιοχές ενδιαφέροντος
  - Μπορούν να εφαρμοσθούν διάφορα μέτρα σφάλματος και στρατηγικές για την τοποθέτηση κορυφής, οπότε η μέθοδος προσαρμόζεται σε πολλαπλούς σκοπούς και διαθέσιμους πόρους.

Απλοποίηση με Διαδοχικές Καταρρεύσεις Ακμών (8)

- Η απλοποίηση μεγάλων μοντέλων είναι χρονοβόρα
  - Αν χρησιμοποιείται διαδικασία βελτιστοποίησης, κοστίζει ακόμα περισσότερο → συνήθως προϋπολογίζεται
  - Τα επίπεδα λεπτομέρειας μπορούν να αξιοποιηθούν *διαδραστικά* σε πραγματικό χρόνο για επιλεκτική εκλέπτυνση του μοντέλου

- Η απλοποίηση με βάση την κατάρρευση ακμών διαδίδεται και υπάρχει σε αρκετές βιβλιοθήκες γραφικών (π.χ. DirectX)